

## INDICE

Editoriale		Pag. 4
Lettera al Direttore		Pag. 9
I Computers nella didattica della Matematica	<i>C. Sitia</i>	Pag. 11
La Matematica come linguaggio privilegiato della Scienza	<i>C.F. Manara</i>	Pag. 28
--- I concetti di individuo, classe, proprietà come prerequisiti di base per un'educa- zione matematico-scientifica	<i>M. Gagliardi</i> <i>P. Guidoni</i>	Pag. 36
Gare di algebra nel biennio Superiore Bilancio di un anno di sperimentazione	<i>Nucleo Ricerca</i> <i>CNR - Padova</i>	Pag. 70
Informazioni	<i>Redazione</i>	Pag. 89
Supplemento bibliografico N. 5	<i>Blezza-Sitia</i>	Pag. 100

LE GRANDEZZE  
LA MATEMATICA COME LINGUAGGIO PRIVILEGIATO  
DELLE  
SCIENZE

PROF. C.F. MANARA  
(Università di Milano)

*1° relazione tenuta al VII° Corso per Insegnanti Formatori: 21.11.82  
Paderno del Grappa, A.A. 1982-83*

## LA MATEMATICA COME LINGUAGGIO DELLA CONOSCENZA SCIENTIFICA

1.- Riteniamo particolarmente interessante, in questa sede, analizzare e mettere in evidenza un aspetto della matematica: precisamente l'aspetto secondo il quale essa ci si presenta come linguaggio privilegiato della scienza della natura.

Sappiamo bene che non è prudente ridurre tutta la matematica a questo: ma riteniamo che una riflessione sull'argomento possa essere utile per i suoi collegamenti con la didattica e la formazione intellettuale dei giovani.

Si potrebbe dire che la nostra tesi è stata presentata in modo magistrale da GALILEO nel celebre passo del suo dialogo "Il Saggiatore":

"La filosofia (e con questo termine Galileo intendeva indicare la scienza della natura, come appare chiaramente dal contesto) è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intendere la lingua e conoscere i caratteri nei quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola: senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto."

Possiamo aggiungere che la svolta della conoscenza scientifica del mondo, avvenuta all'epoca di Galileo, è caratterizzata tra l'altro proprio dal fatto che la scienza ha adottato come linguaggio privilegiato la matematica, evitando così di aggirarsi nei misteri della natura, come scrive Galileo, come ci si aggira in un oscuro "laberinto".

Potremmo allora domandarci quali siano i caratteri che rendono il linguag-

gio matematico tanto appropriato per esprimere e per indagare le leggi della natura. Senza pretendere di esaurire qui un argomento che richiederebbe molto spazio, possiamo cercare di presentare due di questi caratteri, che a noi sembrano essere la possibilità di rappresentare con precisione la realtà e la possibilità di dedurre con sicurezza le conseguenze dalle ipotesi formulate.

2.- Il primo carattere del linguaggio matematico che lo rende particolarmente adatto all'impiego nella scienza è la possibilità di rappresentazione dei fenomeni con una precisione che è di molto superiore a quella conseguibile con il linguaggio comune.

Invero il linguaggio comune utilizza dei termini (nomi, aggettivi, verbi, ecc.) il cui significato raramente è univoco, ma deve essere precisato dal contesto.

Si pensi, per es., che in corrispondenza colla parola "fine" il Novissimo Dizionario della Lingua Italiana di F. Palazzi distingue anzitutto tra l'impiego della parola come aggettivo, nel senso di "squisito, fino, delicato, sagace, arguto, sopraffino", e l'impiego della stessa parola come sostantivo; il quale a sua volta può essere impiegato come avente genere maschile oppure genere femminile. Per il sostantivo il Dizionario enuncia i seguenti sinonimi, i quali hanno spesso dei significati leggermente diversi: "cima, chiusa, cessazione, compimento, esito, finale, fondo, estremo, estremità, perfezione, riuscita, successo, termine, meta, limite, confine".

Tutti sanno che la scelta di uno dei significati elencati può essere fatta, quando sia possibile, in base al contesto del discorso, cioè in base all'analisi simultanea di altre parole che vengono pronunciate o scritte insieme con quella di cui si tratta. Il che costringe l'ascoltatore o il lettore a sospendere il giudizio sul significato di un termine fino a quando tale significato non possa essere chiarito dalla lettura o dall'ascoltazione di altri vocaboli. Notiamo che la determinazione del significato può avvenire in vari modi: per es., nel caso del termine "fine", quando si sia stabilito

che si tratta di un nome e non di un aggettivo, può essere fatta ponendo attenzione al genere che viene attribuito al vocabolo. Per cui, per es., dire: "il fine dell'impresa" o "La fine dell'impresa", in italiano, porta a dare al termine due significati diversi.

Spesso anche l'analisi del contesto di una sola frase non basta per chiarire il senso di certi termini, come, per es., nella frase: "Grande era la paura dei soldati", nella quale non è dato di capire se si tratta della paura che i soldati avevano in proprio o di quella che essi incutevano alla popolazione.

Ora appare chiaro che per una conoscenza scientifica è molto utile, per non dire necessario, l'impiego di un insieme di simboli i quali forniscono delle designazioni precise, costanti, non ambigue ed indipendenti dal contesto. Ciò è provato, per es., dal fatto che anche le dottrine che non utilizzano la matematica, come il diritto o la medicina, fanno uso di espressioni di una lingua morta (come il latino, nel diritto) oppure coniano parole nuove, utilizzando delle radici prese da una lingua morta (come avviene per la medicina che costruisce frequentemente delle parole utilizzando radici prese dal greco antico).

Si comprende quindi che l'impiego della matematica come linguaggio della conoscenza certa (nella misura del possibile) aiuti a superare questi inconvenienti. Invero tutti capiscono, per es., che la descrizione della realtà fisica data dal linguaggio comune è quasi sempre approssimata ed imprecisa, mentre quella che si dà mediante numeri è molto più precisa e costante; altro è dire "freddo" o "caldo" di un corpo, altro è precisare la temperatura in modo che può essere controllata con procedure precise e costanti.

Vorremmo tuttavia osservare che la rappresentazione della realtà mediante simboli matematici può essere di varia natura, a seconda delle proprietà che si vogliono rappresentare e delle qualità della realtà stessa che si vuole conoscere.

Si potrebbe dire che la rappresentazione più ricca e precisa che si può dare della realtà mediante numeri è quella che si ottiene con la operazione di misura; ma questa è possibile, come vedremo, soltanto se la realtà che si analizza può essere classificata sotto il concetto di "grandezza". Ora, è ben vero che moltissimi degli oggetti che sono descritti dalla realtà matematica possono essere considerati come delle "grandezze" (prendendo il termine nel significato tecnico e non nell'accezione del linguaggio comune), ma esistono anche altre realtà che non possono essere misurate nel senso proprio e tecnico del termine e che ciononostante possono essere in qualche modo descritte con simboli matematici.

Tali sono, per es., gli enti studiati dalle scienze sociali, come l'economia e la sociologia, che quasi necessariamente possono essere descritti in modo statistico.

Ovviamente la descrizione di questi oggetti sarà meno ricca e quindi meno suscettibile di elaborazione matematica rispetto a quella degli enti tradizionalmente considerati dalle scienze nell'ambito fisico-matematico. Una seconda osservazione si potrebbe fare a proposito del significato dei simboli e delle sue precisazioni per mezzo del contesto. Abbiamo visto infatti che nel linguaggio comune molto spesso il significato dei termini è chiarito solo dal contesto in cui i termini stessi sono utilizzati ed inseriti. Ciò avviene anche per i segni della matematica: essi infatti sono dei simboli artificiali, e quindi i loro significati e soprattutto le regole con cui essi sono adoperati debbono necessariamente essere dati mediante il linguaggio comune. Pertanto, a ben guardare, queste spiegazioni fanno parte di un contesto ineliminabile che precisa il significato dei simboli usati.

Ma pensiamo di dire che, a differenza dei simboli del linguaggio comune, questa precisazione viene data una volta per sempre e viene tenuta valida durante tutto il discorso (pur potendo cambiare da un discorso ad un

altro); quindi in un determinato discorso (per es., nella esposizione di una teoria o nella dimostrazione di un teorema, nella soluzione di un determinato problema) il significato dei simboli scelti risulta fissato e non richiede ulteriori precisazioni.

3.- Un secondo insieme di considerazioni aiuta a comprendere le ragioni del successo dell'impiego del linguaggio matematico nella scienza; invero quando si adotta il linguaggio matematico, l'operazione di deduzione è sottoposta a delle regole precise e sicure, controllabili da tutti e, per per così dire, automatiche, in modo tale che la trasformazione delle espressioni potrebbe essere affidata ad una macchina, per es., ad un elaboratore elettronico.

Per capire l'importanza di questa osservazione occorre ricordare che nella costruzione di una teoria scientifica, cioè nella ricerca di una spiegazione razionale dei fenomeni che si presentano alla nostra osservazione, esiste una fase insopprimibile di deduzione, che costituisce il momento di passaggio tra la fase della formulazione delle ipotesi esplicative e quella del controllo sperimentale delle conseguenze.

Invero la formulazione di un'ipotesi esplicativa potrebbe essere sintetizzata nella forma seguente: "Le cose ci appaiono così, perchè prima delle nostre osservazioni sono avvenuti questi e questi altri fatti."

Pare chiaro che il contenuto di queste ipotesi non può essere verificato direttamente, ma solo attraverso le conseguenze che se ne traggono, con deduzioni fatte a rigore di logica.

Pare anche chiaro che quando le ipotesi esplicative sono espresse mediante simboli matematici, quando le relazioni tra gli enti che si vogliono spiegare sono scritte con i simboli che esprimono delle relazioni tra numeri, la deduzione è molto più sicura e la verifica delle conseguenze si presenta pure con un aspetto chiaro e definito.

A questo proposito, ci appare come esemplare la vicenda che Keplero

describbe pittorescamente come la sua "guerra con Marte", cioè la vicenda che condusse alla scoperta delle celebri leggi che reggono il moto dei pianeti attorno al Sole, ed in particolare la legge di moto di Marte. In tale caso l'ipotesi da verificare esprimeva la forma della traiettoria del pianeta nello spazio e le deduzioni da ciascuna delle ipotesi prese in considerazione consistevano in calcoli i quali precisavano in ogni caso le posizioni apparenti nel cielo del pianeta, posizioni che erano state rilevate già da decenni di osservazioni precedenti.

A ben guardare questa è la strada che viene seguita ogni volta che si costruisce una teoria di tipo fisico-matematico; e ci sentiamo di poter dire che il successo di questa teoria è giustificato anche dalla esistenza di leggi precise di deduzione (che, nel caso in esame, coincidono con le leggi di calcolo) che reggono le trasformazioni delle espressioni matematiche.

Ciò è confermato anche dal successo della logica formale, cioè di quella dottrina che, a partire dalle ricerche dello scorso secolo, mira ad abolire nel ragionamento deduttivo il ricorso al linguaggio comune, per giungere direttamente alla espressione convenzionale simbolica dei concetti, delle loro relazioni logiche, delle trasformazioni delle espressioni. Ciò era stato preconizzato da G. LEIBNITZ il quale si augurava che si potesse giungere a questi risultati in modo che si potessero abolire le dispute tra i dotti, dispute che, a suo parere, sarebbero state sostituite da calcoli, cioè da elaborazioni di simboli secondo regole fisse ed incontestabili. Si veda, per es., il passo seguente:

"...quo facto, quando orientur controversiae, non magis disputatione opus erit inter duos philosophos quam inter duos computistas. Sufficiet enim calamos in manus sumere sederque ad abbacos et sibi mutuo (accito si placet amico) dicere: Calculemus!":

4.- Ciò che abbiamo detto sull'aspetto della matematica considerata in certo modo come un linguaggio elettivo della scienza ha molte conseguenze per l'operare didattico di questa scienza. Se ne vede infatti l'azione formativa sulla mente dei giovani, in quanto lo studio della matematica dovrebbe essere inteso anche come un'educazione alla formazione delle idee chiare, all'espressione precisa e sobria, alla deduzione rigorosa. In questo ordine di idee quindi possiamo anche pensare che **l'insegnamento della matematica contribuisca all'insegnamento della lingua nazionale e delle lingue straniere** non meno di quanto vi contribuisca l'insegnamento di queste materia. Invero la chiarezza delle idee e la precisione dell'espressione sono necessari a tutti, al politico come al tecnico, al letterato come allo scienziato puro; inoltre l'acquisizione di queste qualità intellettuali è anche il fondamento perchè si possano coltivare le virtù più propriamente morali della lealtà, dell'onestà, della prudenza.

